Kvadratinis daugianaris

1 tema: apibrėžimas, koeficientai, reikšmės

1. Apibrėžimas

Reiškinys

$$ax^2+bx+c, \qquad a,b,c\in\mathbb{R}, \qquad a\neq 0$$

vadinamas **kvadratiniu** (antrojo laipsnio) **daugianariu**; x – kintamasis. Žymime $P(x)$, $Q(x)$, ...

Kvadratiniai	**Nekvadratiniai**
✓ $3x^2-x+5$	✗ $5x+1$ $(a=0)$
✓ x^2-4 $(b=0)$	✗ x^3+x^2 (yra x^3)
✓ $-2x^2$ $(b=c=0)$	✗ $\frac{1}{x^2}+1$ (x vardiklyje)

Būtina tik $a\neq 0$! Koeficientai b ir c gali būti ir 0.

2. Koeficientai

$$P(x)=\underset{\text{vyriausiasis koeficientas}}{a}x^2+\underset{\text{koeficientas prie } x}{b}x+\underset{\text{laisvasis narys}}{c}$$

Skaičiai (ženklas priklauso koeficientui!):

$2x^2-3x+1 \Rightarrow a=2, b=-3, c=1$

$x^2-5 \Rightarrow a=1, b=0, c=-5$

$\frac{1}{2}x^2+\sqrt{2}x \Rightarrow a=\frac{1}{2}, b=\sqrt{2}, c=0$

Reiškiniai (m, k – parametrai, ne kintamieji):

$(m-1)x^2+2mx+m^2 \Rightarrow a=m-1, b=2m, c=m^2$

$kx^2-(k+3)x+4 \Rightarrow a=k, b=-(k+3), c=4$

Pirmasis kvadratinis, tik kai $a\neq 0$, t. y. $m\neq 1$.

Kvadratinis daugianaris

$P(x)=ax^2+bx+c, \qquad a\neq 0$

3. Standartinis pavidalas

Užrašas $\boxed{ax^2+bx+c}$: kiekvienas laipsnis įeina **vieną kartą**, nariai išdėstyti tvarka: x^2, x, laisvasis narys. Koeficientus skaitome **tik** iš šio pavidalo.

Kaip gauti: ① atskliausti ② sutraukti panašiuosius narius ③ išdėstyti.

$3-x+x^2=x^2-x+3 \qquad a=1, b=-1, c=3$

$(x-1)(2x+3)-x=2x^2+x-3-x=2x^2-3$

$a=2, b=0, c=-3$

$(m+1)x^2+mx-x=(m+1)x^2+(m-1)x$

$a=m+1, b=m-1, c=0$

$(x+2)^2-x^2=x^2+4x+4-x^2=4x+4$

✗ nekvadratinis (x^2 išnyko)!

4. Ką reiškia $P(2)$, $P(a+2)$?

$P(\square)$ – daugianario **reikšmė**: **kiekvieną** x pakeičiame tuo, kas parašyta **skliaustuose** (ir rašome skliaustus!).

Tegul $P(x)=x^2-3x+2$.

$P(2)=2^2-3\cdot 2+2=0$ (kai $x=2$, reikšmė 0)

$P(-1)=(-1)^2-3\cdot(-1)+2=6$

Visada, kai $P(x)=ax^2+bx+c$:

$P(0)=c, \qquad P(1)=a+b+c, \qquad P(-1)=a-b+c$

$P(a+2)=(a+2)^2-3(a+2)+2$

$=a^2+4a+4-3a-6+2=a^2+a$

$P(2x)=(2x)^2-3\cdot 2x+2=4x^2-6x+2$

Dėmesio: $P(2)$ – ne „P kart 2“

$P(-1)\neq -P(1)$ $\qquad$ $P(a+2)\neq P(a)+2$

5. Žinomos trys reikšmės ⇒ randame a, b, c

Užduotis. Raskite $P(x)=ax^2+bx+c$, jei

$P(1)=4, \qquad P(-1)=6, \qquad P(2)=9.$

Idėja: kiekviena reikšmė – tai lygtis su nežinomaisiais a, b, c.

① Įrašome $x=1$, $x=-1$, $x=2$:

$$\begin{cases} a+b+c=4 & (1)\\ a-b+c=6 & (2)\\ 4a+2b+c=9 & (3)\end{cases}$$

② Sprendžiame sistemą (atimame lygtis):

(1) – (2): $2b=-2 \Rightarrow b=-1$

(3) – (1): $3a+b=5 \Rightarrow 3a=6 \Rightarrow a=2$

iš (1): $c=4-a-b=4-2+1=3$

③ **Atsakymas:** $\boxed{P(x)=2x^2-x+3}$

④ Patikra: $P(2)=2\cdot 4-2+3=9$ ✓

Patarimas: jei žinoma $P(0)$, iš karto $c=P(0)$ – lieka dvi lygtys. Trys reikšmės koeficientus nusako **vienareikšmiškai**.